

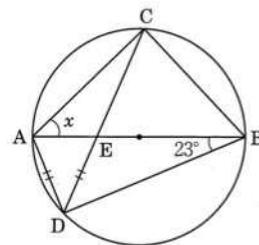
数 学

◆ 注意

- 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 指示がある場合は途中の考え方や式も記入しなさい。
- 円周率は π を用いなさい。
- 問題の図は正確とは限りません。

1 次の問いに答えよ。

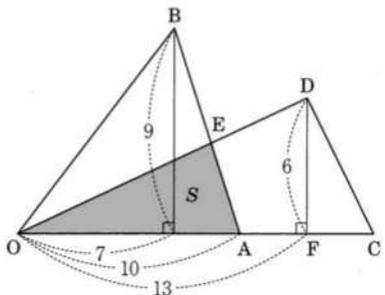
- (1) $(x^3y)^2 \div \left(-\frac{1}{2}x^4y^3\right)$ を計算せよ。
- (2) $(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2 - \left(\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}\right)^2$ を計算せよ。
- (3) 方程式 $1.44 - 0.63x = -0.6(x + 0.5)$ を解け。
- (4) $(a^2 - b^2)x^2 + b^2 - a^2$ を因数分解せよ。
- (5) $\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となるような自然数 n のうち、2番目に小さいものを求めよ。
- (6) 2次方程式 $x^2 - 2x - 2 = 0$ の2つの解を a, b とするとき、 $(a^2 - 2a)(b^2 - 2b + 3)$ の値を求めよ。
- (7) 箱Aには2枚のカード①, ②が、箱Bには2枚のカード+, ×が、箱Cには3枚のカード①, ②, ③が入っている。箱A, B, Cから順にカードを1枚ずつ取り出し、取り出した3枚のカードを使って計算する。たとえば、①, +, ①の3枚を取り出したときは、 $1 + 1 = 2$ と計算し、②, ×, ③の3枚を取り出したときは、 $2 \times 3 = 6$ と計算する。このとき、計算結果が奇数となる確率を求めよ。
- (8) 右の図のように、線分ABを直径とする円周上に2点C, Dがあり、線分AB, CDの交点をEとする。 $\angle ABD = 23^\circ$, $DA = DE$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



2 太郎さんと花子さんが、次の問題について会話をしている。□に当てはまる式や値を答えよ。

問題

右の図のように、 $\triangle OAB$ と $\triangle OCD$ が重なっている。2つの三角形が重なった部分の面積 S を求めよ。



太郎：この問題が解けないんだ。どうやって考えるといいかな。

花子： $\triangle OAE$ の底辺の長さは分かっているから、高さを求めればいいんだね。

太郎：そうなんだ。高さを文字を使って表してみたんだけど、うまくいかなかったんだよ。

花子：うーん。じゃあ三角形の各頂点を、点の座標に見立ててみようか。

太郎：どういうこと？

花子：Oを原点として、たとえば、点Aの座標は(10, 0)、点Bの座標は(7, 9)って考えるんだよ。

太郎：なるほど！それで点Eの座標を求めればいいってことか。

花子：うん。すると辺ODは、直線 $y = \square(1)$ の x の変域が $\square(2) \leq x \leq \square(3)$ の部分と考えられるね。

太郎：じゃあ、辺ABは、直線 $y = \square(4)$ の x の変域が $\square(5) \leq x \leq \square(6)$ の部分と考えることができるから、点Eの座標は $\square(7)$ だね。

花子：そうだね。だから、 $S = \square(8)$ だね。

太郎：この方法なら簡単だ。図の中の7, 10, 13, 9, 6の5か所の長さのうち1か所だけを変えて、いろいろな問題を作ってみようよ。

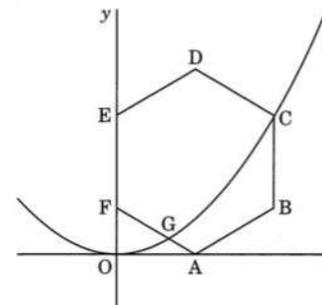
花子：たとえば、線分OFの長さを18に変えると、 $S = \square(9)$ となるね。

太郎： $\triangle OCD$ の高さ、つまり線分DFの長さを26に変えると、 $S = 60$ となるね。

花子：ん？それはおかしいよ。 $\triangle OAB$ の面積は45だから、 $S = 60$ となることはないよ。

太郎：そうか。直線の式ばかりを見ていて、図形のことを忘れていたよ。線分DFの長さが $\square(10)$ 以上のときは、常に $S = 45$ となるんだね。

3 右の図のように、正六角形ABCDEFと点Cを通る放物線 $y = ax^2$ がある。点Aは x 軸上の正の部分、2点E, Fは y 軸上にあつて、Fの y 座標は1である。また、放物線と辺FAの交点をGとする。次の問いに答えよ。



(1) 点Aの x 座標を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

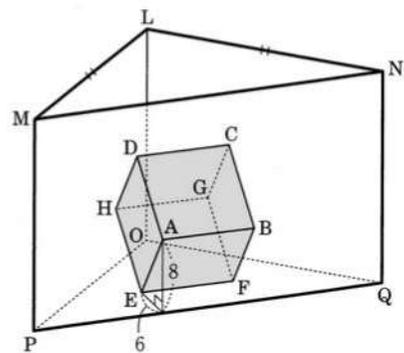
(3) 四角形ABCGの面積を求めよ。ただし、途中の考え方や式も記入すること。

4 2700 m 離れた P 地点と Q 地点がある。初め、太郎さんは P 地点に、花子さんは Q 地点にいて、2 人は各地点を同時に出発し、それぞれ PQ 間を 1 往復した。太郎さんは行きは分速 x m で、帰りは行きの 2.5 倍の速さで進んだ。花子さんは往復ともに分速 y m で進んだ。2 人は出発から 20 分後に初めてすれ違い、それから 34 分後に再びすれ違った。 次の問いに答えよ。

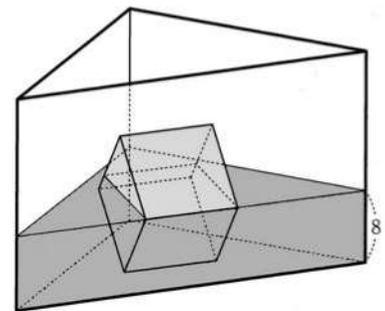
- (1) 下線部の条件から、 x 、 y についての方程式を作れ。
- (2) 2 人が 2 度目にすれ違った地点を R とする。太郎さんが Q 地点から R 地点まで進むのにかかった時間を x 、 y を用いて表せ。
- (3) x 、 y の値を求めよ。

5 (図 1) のように、底面が直角二等辺三角形である三角柱の容器 LMN-OPQ の中に、立方体のおもり ABCD-EFGH が入っている。立方体は、三角柱の側面 MPQN と辺 AB で接し、底面 OPQ と辺 EF で接している。また、側面 NQOL と頂点 G で接し、側面 LOPM と頂点 H で接している。頂点 A と辺 PQ の距離が 8、頂点 E と辺 PQ の距離が 6 であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 立方体の 1 辺の長さを求めよ。
- (2) 頂点 H と辺 OP の距離を求めよ。
- (3) 辺 LM の長さを求めよ。
- (4) (図 2) のように、水の深さが 8 になるまで容器に水を注いだ。このとき、注いだ水の体積を求めよ。



(図 1)



(図 2)

